

Roll No: 221181821060

SEM-I/II Diploma Exam 2022 (Odd)  
(Common) (Theory)  
Mathematics-II (2002201)

[Max. Marks: 70]

[Time: 3 Hours]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q-1 Choose the most suitable answer the following options. (1\*20=20)  
(सर्वाधिक उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखें।) :-

- i. The domain of the function  $\sqrt{(x-2)(x-3)}$  is (फलन  $\sqrt{(x-2)(x-3)}$  का प्रभाव क्षेत्र है।)
- (a)  $\{x \geq 3 \text{ or } x \leq 2\}$  (b)  $\{x \leq 1 \text{ or } x \geq 2\}$  (c)  $\{x < 0 \text{ or } x > 5\}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- ii. If  $f(x) = \log x$ , then  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$  is equal to (यदि  $f(x) = \log x$  तब  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$  बराबर है।)
- (a)  $\left(\frac{1}{2}\right)$  (b)  $x$  (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iii. The Value of  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x-1}{\frac{1}{x}-1} \right]$  is  $\left( \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x-1}{\frac{1}{x}-1} \right] \right)$  का मान है।)
- (a)  $\frac{1}{4}$  (b) 4 (c)  $\frac{3}{4}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iv.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{x^2-32}{x^2-4} \right]$  is equal to  $\left( \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{x^2-32}{x^2-4} \right] \right)$  बराबर है।)
- (a) -20 (b) 18 (c) 20 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- v. Differential co-efficient of  $\sec^{-1} x$  with respect to  $x$  is (x के सापेक्ष  $\sec^{-1} x$  अवकल गुणांक है।)
- (a)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  (b)  $\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$  (c)  $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vi. Differential co-efficient of  $a^x$  with respect to  $x$  is (x के सापेक्ष  $a^x$  का अवकल गुणांक है।)
- (a)  $\frac{\log a}{a^x}$  (b)  $a^x \log a$  (c)  $\frac{a^x}{\log a}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vii. Differential co-efficient of  $\cos x$  with respect to  $x$  is (x के सापेक्ष  $\cos x$  का अवकल गुणांक है।)
- (a)  $-\sin x$  (b)  $\tan x$  (c)  $\operatorname{cosec} x$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- viii. The value of  $\int e^{3x-1}$  is equal to  $\left( \int e^{3x-1} \right)$  का मान बराबर है।)
- (a)  $e^{3x-1} + c$  (b)  $\frac{1}{3}e^{3x-1} + c$  (c)  $3e^{3x-1} + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

ix. Differential co-efficient of  $\sin x$  w.r.t.  $\tan x$  is ( $\tan x$  के सापेक्ष  $\sin x$  का अवकल गुणांक है।)

- (a)  $\sin^3 x$  (b)  $\cos^3 x$  (c)  $\sec^3 x$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- x.  $\int \cos x dx$  is equal to  $\left( \int \cos x dx \right)$  बराबर है।)
- (a)  $\sin x + c$  (b)  $\cos x + c$  (c)  $\tan x + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xi. The value of  $\int_2^3 x^2 dx$  ( $\int_2^3 x^2 dx$  का मान है।)
- (a)  $\frac{3}{19}$  (b)  $\frac{19}{3}$  (c)  $\frac{20}{3}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xii. The value of  $\int_0^\infty e^{-x} dx$  ( $\int_0^\infty e^{-x} dx$  का मान है।)
- (a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xiii. The order and degree of the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 8y = 0$  are respectively. (अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 8y = 0$  क्रमशः कोटि तथा घात है।)
- (a) 1 and 2 (1 और 2) (b) 2 and 2 (2 और 2) (c) 2 and 1 (2 और 1) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xiv. The order and degree of the differential equation  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 9 = \sin x$  are (अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 9 = \sin x$  का कोटि तथा घात है।)
- (a) 2,3 (b) 3,2 (c) 4,2 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xv. The general solution of the differential equation  $ydx - xdy = xydx$  is (अवकल समीकरण  $ydx - xdy = xydx$  का साधारण हल है।)
- (a)  $y = Ax e^x$  (b)  $Ax = ye^x$  (c)  $y = Ae^x$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xvi. If  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$  and  $\vec{b} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$  then  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dots$  (यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$  और  $\vec{b} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$  तब  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  बराबर है ...)
- (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xvii. Direction cosine of  $\vec{a} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$  is  $-\left(\vec{a} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}\right)$  का कोटिक-कोज्या है।)
- (a)  $\left(\frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{3}{\sqrt{50}}, \frac{4}{\sqrt{50}}\right)$  (b)  $\left(\frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{1}{\sqrt{50}}, \frac{4}{\sqrt{50}}\right)$  (c)  $\left(\frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{4}{\sqrt{50}}, \frac{3}{\sqrt{50}}\right)$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xviii. The value of  $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$  is  $\left(\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})\right)$  का मान है।)
- (a)  $\vec{i}$  (b)  $\vec{k}$  (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

ix. If  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$  then  $\vec{a} - \vec{b}$  is ..... (यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$  तब  $\vec{a} - \vec{b}$  है.....)

- (a) 4 (b) 7 (c) 5 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xx. If  $\vec{a} = (3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  and  $\vec{b} = (6\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k})$ , then the value of  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  is (यदि  $\vec{a} = (3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  और  $\vec{b} = (6\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k})$  तब  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  का मान है)

- (a) 25 (b) 26 (c) 27 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप - बी)

Q.2 Find the differential co-efficient of  $\tan x$  with respect to  $x$  from first principal. (प्रथम सिद्धान्त से  $\tan x$  का अवकल-गुणांक  $x$  के सापेक्ष निकालें)

OR (अथवा)

If  $x^3y^4 = (x+y)^7$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .  
(यदि  $x^3y^4 = (x+y)^7$ , हो तो  $\frac{dy}{dx}$  निकालें)

Q.3 Evaluate  $\lim_{x \rightarrow y} \left[ \frac{\sin x - \sin y}{x - y} \right]$   
(मान निकालें  $\lim_{x \rightarrow y} \left[ \frac{\sin x - \sin y}{x - y} \right]$ )

OR (अथवा)

Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}-x-2}$   
(मान निकालें  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}-x-2}$ )

Q.4 Integrate  $\int \sin^4 x \, dx$ .  
(समाकलन करें  $\int \sin^4 x \, dx$ )

OR (अथवा)

Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \left[ \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \right] dx$ .  
(मान निकालें  $\int_0^{\pi/2} \left[ \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \right] dx$ )

Q.5 Solve the following differential equation  $\frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$ .  
(निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें  $\frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$ )

OR (अथवा)

Solve the following differential equation:  $\frac{dy}{dx} = (2x + 3y - 4)^2$ .  
(निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें  $\frac{dy}{dx} = (2x + 3y - 4)^2$ )

Q.6 Prove that the three points  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ , and  $-7\vec{b} + 10\vec{c}$  are collinear.  
सिद्ध करें की तीन बिन्दु  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ ,  $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ , एवं  $-7\vec{b} + 10\vec{c}$  एक रेखिक हैं।

OR (अथवा)

The position vectors of the points P, Q, R and S are respectively  $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ ,  $(2\hat{i} + 5\hat{j})$ ,  $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$  and  $(\hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k})$  prove that  $\vec{PQ}$  and  $\vec{RS}$  are parallel.  
(बिन्दु P, Q, R और S के स्थिति-सदिश क्रमशः  $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ ,  $(2\hat{i} + 5\hat{j})$ ,  $(3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$  तथा  $(\hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k})$  हैं। सिद्ध करें की  $\vec{PQ}$  तथा  $\vec{RS}$  समानान्ता हैं।)

Group (C) (ग्रुप - सी)

Q.7 Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin(\alpha+\beta)x + \sin(\alpha-\beta)x + \sin 2\alpha x}{\cos 2\beta x - \cos 2\alpha x} \right\} x$ .  
(मान निकालें  $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin(\alpha+\beta)x + \sin(\alpha-\beta)x + \sin 2\alpha x}{\cos 2\beta x - \cos 2\alpha x} \right\} x$ )

OR (अथवा)

A function  $f(x)$  is defined as following

$$f(x) = \begin{cases} 5/2 - x, & \text{for } x < 2 \\ 1, & \text{for } x = 2 \\ x - 2/3, & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

Prove that the  $f(x)$  is discontinuous at  $x = 2$ .

(फलन  $f(x)$  निम्नलिखित से परिभाषित है।)

$$f(x) = \begin{cases} 5/2 - x, & \text{for } x < 2 \\ 1, & \text{for } x = 2 \\ x - 2/3, & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

सिद्ध करें की  $f(x)$  सतत पर  $x = 2$ .)

Q.8 Integrate  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$ .  
(समाकलन करें  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$ )

OR (अथवा)

Evaluate  $\int_0^{\pi/2} e^{-x} \cos x \, dx$ .  
(मान निकालें  $\int_0^{\pi/2} e^{-x} \cos x \, dx$ )

- Q.9 If  $y = x \log \frac{x}{a+bx}$  show that  $x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$ . 6  
 ( यदि  $y = x \log \frac{x}{a+bx}$  दिखाये कि  $x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$  )

OR (अथवा)

- If  $x = a(\theta + \sin\theta)$ ,  $y = a(1 + \cos\theta)$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}$  at  $\theta = \pi/2$ . 6  
 ( यदि  $x = a(\theta + \sin\theta)$ ,  $y = a(1 + \cos\theta)$ , निकालें  $\frac{d^2y}{dx^2}$ ,  $\theta = \pi/2$  पर )

- Q.10 Find the area intercepted by the line  $y = x$  from the parabola  $y^2 = 8x$ . 6  
 (परवलय  $y^2 = 8x$  से सरलरेखा  $y = x$  द्वारा कटे भाग का क्षेत्रफल निकालें)

OR (अथवा)

- Solve the following differential equation  $(x + y)(dx - dy) = dx + dy$ . 6  
 (निम्नांकित अवकलन समीकरण को हल करे  $(x + y)(dx - dy) = dx + dy$ )

- Q.11 If  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$  then find the angle between  $(\vec{a} \times \vec{b})$  and  $(\vec{a} + \vec{b})$ . 6  
 (अगर  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$  तब  $(\vec{a} \times \vec{b})$  एवं  $(\vec{a} + \vec{b})$  के बीच का कोण ज्ञात करें।)

OR (अथवा)

- The force represented by  $5\vec{i} - \vec{k}$  is acting the point  $9\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ . Find its vector moment about the point  $3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ . Also find magnitude of the moment. 6  
 ( $5\vec{i} - \vec{k}$  से निरूपित बल बिन्दु  $9\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  पर क्रियाशील है। बिन्दु  $3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  के परितः उसका सदिश घूर्ण ज्ञात करें। घूर्ण का परिमाण भी ज्ञात करें।)

\*\*\*\*\*

